

T 検定と分散分析の頑健性の検証

～シミュレーションを用いて～

松香研究室 4 年 18L1057U 清野瑛寛

1. 序論

平均に関する統計には、t 検定と分散分析がある。これらの検定を使用するにあたって、母集団が正規分布かつ等分散という前提がある。しかし、集めたデータが綺麗なものであることは珍しい。ここから、母集団が非正規分布の時や不等分散の時に各検定は頑健であるのかという点に着目して研究を進めていく。

2. シミュレーション 1, 2, 3

2.1 目的

母集団が正規分布に従わない時に、one sample t-test と two sample t-test, 分散分析は頑健であるのかを確かめるにシミュレーションを行った。

2.2 方法

装置:

統計解析ソフト R を使用した。

手続き:

正規分布と一様分布, ポアソン分布を使用した。各分布に従うものから統計量を算出して、第一種の過誤の確率を計算した。

2.3 結果とまとめ

One sample t-test においては、母集団が正規分布に従っていなくても頑健であった。また、two sample t-test においても、母集団に従っていなくても頑健であった。そして、分散分析においては、母集団が異なる分布でも頑健であると判断できた。

3. シミュレーション 4

3.1 目的

One sample t-test において、母集団が正規分布に従っていない時に、標本数を変動させて、頑健であるのかをシミュレーションを用いて調べた。

3.2 方法

装置:

統計解析ソフト R を使用した

手順:

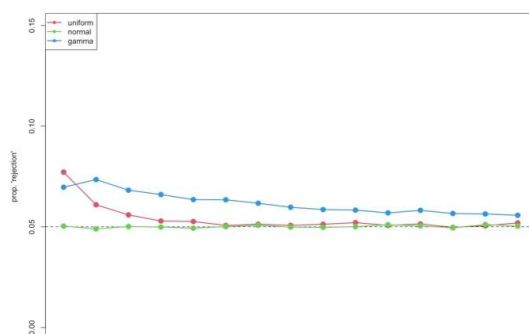
使用した分布は、正規分布と一様分布, ガンマ分布である。まず、各分布 X ($X=3, 6,$

9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45) 人分の得点を発生させた。次に発生させた得点の分布から, t 値を計算した。得た t 値が理論上の t 分布の棄却域に位置しているかカウントした。これまでの手順を 10000 回繰り返した。得た t 値がいくつ棄却域に位置しているかによって, 第一種の過誤の確率を算出した。

3.3 結果とまとめ

結果から, one sample t -test においては, 母集団が一様分布の場合は, 標本数が 18 以上なら頑健であることが分かった。ガンマ分布の場合は, 標本数が大きくなることで, 頑健性は増したが, 注意は必要であると考えられる。

グラフ 1: one sample t -test における標本数ごとの第一種の過誤の確率



4. シミュレーション 5

4.1 目的

シミュレーション 5 では, two sample t -test において, 母集団が正規分布していない時に標本数を変動させて, 頑健性を確かめる。

4.2 方法

装置:

統計解析ソフト R を使用した

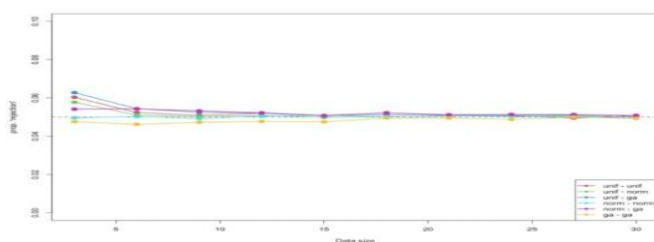
手順:

使用した分布はシミュレーション 4 と同じで, two sample t -test の組み合わせは, 一様分布同士と一様分布と正規分布, 一様分布とガンマ分布, 正規分布同士, 正規分布とガンマ分布, ガンマ分布同士である。また, 標本数を変動させたが, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30 人を想定した。第一種の過誤の確率を求めるまでの手順はシミュレーションと同様に行った。

4.3 結果とまとめ

結果から, two sample t -test においては, 母集団が正規分布していなくても, 15 以上の標本数があれば頑健であると言える。また, ガンマ分布同士の組み合わせに限り, 標本数が少ない時には, 注意が必要である。

グラフ 2: two sample t -test における標本数ごとの第一種の過誤の確率



5. シミュレーション6

5.1 目的

分散分析において、母集団が正規分布していなくても、頑健であるか、標本数を変動させて検証した。

5.2 方法

装置:

統計解析ソフト R を使用した。

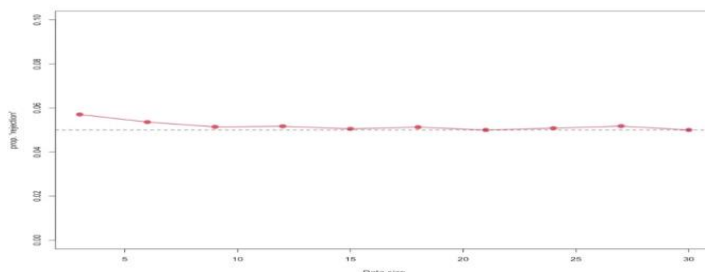
手順:

使用した分布は、正規分布と一様分布、ガンマ分布である。標本数は、3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30 人を想定した。第一種の過誤の確率を求めるまでの手順はこれまでのシミュレーションと同様に行った。

5.3 結果とまとめ

結果から、分散分析においては、母集団が正規分布していなくても、標本数を 9 以上確保することで頑健であるとする。

グラフ 3:分散分析における、標本数ごとの第一種の過誤の確率



6. シミュレーション7

6.1 目的

母集団が不等分散の時、標本数を変動させた時の頑健性を確認するために行った。

6.2 方法

装置:

統計解析ソフト R を使用した。

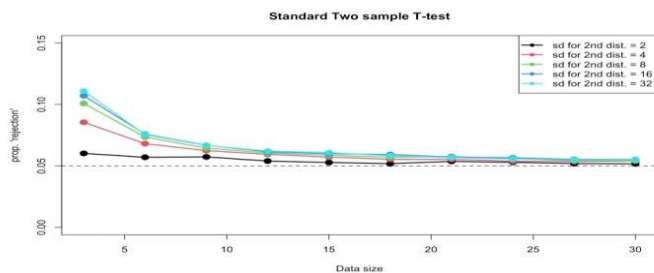
手順:

使用した分布は標準偏差 1 の正規分布と標準偏差 2, 4, 8, 16, 32 の正規分布を使用し、それぞれ組み合わせて、5 パターンの不等分散を想定した。用意した標本数と手順はシミュレーション 5 と同様に行った。

6.3 結果とまとめ

結果から、t 検定において、母集団が不等分散でも、標本数が 15 以上であれば頑健である。

グラフ 4:t 検定における, 標本数ごとの第一種の過誤の確率



7. シミュレーション 8

7.1 目的

母集団が非正規分布かつ不等分散の時に, 標本数を変動させて, t 検定の頑健性を検証するために行う。

7.2 方法

装置:

統計解析ソフト R を使用した。

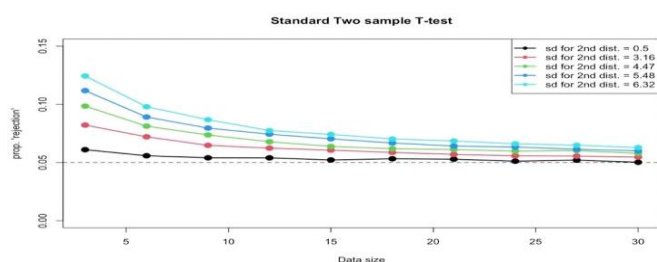
手順:

使用した分布は分散 1 の正規分布と分散 0.25, 10, 30, 30, 40 のガンマ分布で, それぞれ組み合わせて, 5 パターン想定した。用意した標本数と後の手順はシミュレーション 7 と同様に行った。

7.3 結果とまとめ

結果から, t 検定において, 母集団が非正規分布であり, 分散も 10 倍までなら, 標本数が 21 以上あれば頑健である。

グラフ 5:t 検定における, 標本数ごとの第一種の過誤の確率



8. 総合考察

母集団が非正規分布であっても, t 検定都分散分析は一定の標本数があれば, 頑健であった。また, 母集団が不等分散であっても, t 検定は一定の標本数を用意すれば, 頑健であった。そして, 母集団が非正規分布かつ不等分散であっても, 分散が 10 倍までなら, 一定の標本数を確保することで, 頑健であった。このように, 条件を満たさなくても, 検定が頑健だったのは, 中央極限定理により, どんな分布も標本平均は, 漸次的に正規分布に従うので, 今回対象とした平均に関する検定は頑健になったと考えられる。